

TORRE ANNUNZIATA

ERNESTO CESARO

Vita e opera di un personaggio illustre

di

Vincenzo Marasco



Il personaggio al quale dedichiamo omaggio con questo scritto è senza dubbio sinonimo di prestigio per la storia torrese.

La figura di Ernesto Cesaro deve essere, in ogni modo, posta tra quelle che hanno reso grande non solo un periodo storico, ma hanno contribuito ad aprire nuovi spiragli di studi inerenti a materie scientifiche che solo in pochi, come il nostro erudito, hanno saputo affrontare e comprendere.

Non per altro, il Cesaro, oltre a rendere grande la materia scientifica, ha saputo dare grande risalto e vanto alla sua terra d'origine contribuendo in maniera alquanto fattiva a quel periodo di grande benessere che Torre attraversava verso la fine del XIX secolo.

Ernesto Cesaro, ultimo di sette figli, nacque il 12 Marzo 1859 nel palazzo Fondi di Via Medina in Napoli dove il padre, Luigi, e la madre, seconda sposa, Fortuna Nunziante, si erano trasferiti lasciando la laboriosa cittadina di Torre Annunziata per esigenze di lavoro.

Godendo della agiata situazione familiare, il Cesaro, condusse i primi studi a Napoli presso il Convitto Nazionale Vittorio Emanuele. All'inizio degli studi classici venne indotto dal padre a proseguire gli studi presso il Seminario di Nola. Nel 1872, dopo due anni di studi religiosi, ritorna a Napoli dove riprende gli studi classici, ma come asserisce il d'Alasia, il Cesaro, non fu mai propenso allo studio delle antiche lingue venendo addirittura rimandato in greco tra il quarto e il quinto ginnasio.

Dopo l'esperienza negativa classica, su consiglio del padre, accettò di recarsi a Liegi presso suo fratello maggiore, Giuseppe. Nelle vesti di suo tutore, il Giuseppe, seppe seguire con ottimi risultati gli studi del fratello con la conseguente ammissione al celebre istituto École des Mines.

Il Cesaro, finalmente, intraprese, senza non poche difficoltà, gli studi scientifici mirati alle nozioni matematiche tanto da essere ammesso per primo all'anno accademico 1874 nella prestigiosa accademia belga.

Egli portò avanti gli studi con ardore sognando di recarsi a Parigi per apprendere alla fonte del grande matematico Charles Hermite, erede dei grandi Gauss e Cauchy.

Nel 1875, finalmente, il Cesaro si reca a Parigi e chiede di essere iscritto alla facoltà parigina ed essere ammesso a sostenerne gli esami. Non mancarono problemi di carattere burocratico che non permisero che ciò avvenisse per via della sua nazionalità non francese costringendolo a far ritorno a Napoli.

Nell'anno '76-'77 seguiva i corsi tenuti da Pasquale Del Pezzo, Achille Sannia e da Vincenzo Ianni sbalordendo tutti, professori e colleghi, per le qualità intuitive con



cui risolveva i quesiti matematici.

A nulla servì la sua spiccata bravura per il conseguimento dell'anno accademico in corso e ciò per il mancato diploma ginnasiale e gli fu sottratta l'opportunità di accedere agli studi dell'ateneo partenopeo. Nel '77, il Cesaro fu nuovamente costretto a far ritorno a Liegi dove intraprese gli studi di ingegneria mineraria. Da questo momento in poi, le doti e le tendenze del Cesaro inclini agli studi matematici ebbero il loro maggior rigoglio e nel '78, solo diciannovenne, venne indicato dall'erudito in materia Catalan, come uno degli elementi migliori tra gli attivisti e cultori matematici del Belgio.

E del '78 è la prima sua teoria sulle forme poliedriche regolari ed irregolari in tutti gli spazi. Il lavoro, dedicato al Cremona, apparve nell'86 nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze di Lisbona ed accolse pareri favorevoli dalle accademie belghe. Note di apprezzamento per i suoi studi, apparvero anche negli Stati Uniti d'America, nell'American Journal of mathematics.

Intanto, siamo nel 1879, il Cesaro, consapevole delle sue capacità intellettuali, continuò i suoi studi alla École des Mines.

Nel corso di questi anni, la famiglia Cesaro dovette affrontare una grave crisi economica per la quale si videro perse le fortune della famiglia oltre che la morte del padre, Luigi. Questo periodo buio che travolse il Cesaro, fu causa di freno del suo fervore intellettuale e certamente non permise allo studioso di pubblicare una parte di studi portati a termine durante quegli anni. Ma nell'80, malgrado le difficoltà economiche e familiari egli riuscì a pubblicare ben nove lavori. Nel'81, il giovane Cesaro, anche se non più con lo stesso entusiasmo di un tempo verso gli studi ingegneristici, riesce a passare gli esami per l'accesso al 4° anno, ma la passione per la matematica lo condusse ancora una volta a rivolgere il suo sguardo verso Parigi, dopo di che, invogliato dai dotti Catalan e Neuberg, pubblicò ancora tre studi matematici.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_1 + \dots + s_n}{n}$$

Un passo della “Somma del Cesaro”

Seguendo l'ammirazione verso Hermite che considerava come un maestro ineguagliabile, ebbe il modo di essere valutato da quest'ultimo che dimostrò grande interesse nei confronti del giovane torrese. Fu qui a Parigi, a seguito delle lezioni del sommo Darboux, che il Cesaro intravide il nascere della sua opera più geniale e personale: "La geometria intrinseca".

Teminati i corsi a Parigi, sempre nell'81, fa ritorno a Torre Annunziata dove sposa una sua nipote, Angela. Cerimonia senza i fasti previsti, tanto che dopo il rito civile, il Cesaro, si apprestò a ritornare a Liegi in Belgio.

Aggravatasi la situazione finanziaria di famiglia, il Cesaro, non sa più come portare a termine gli studi intrapresi, tanto che è costretto a chiedere un sussidio al Comune di Torre Annunziata, allegando nella richiesta l'elenco delle pubblicazioni che intendeva portare a termine.

Intanto in suo aiuto accorre il Catalan che scrivendo al gigante della Geometria, Luigi Cremona, prega costui di tendere una mano al giovane affinché potesse portare avanti la sua opera. Inoltre illustrò al grande matematico la sua intenzione di esporre al prossimo corso dell'Hermite di Parigi alcuni teoremi elaborati dal giovane torrese.

In aiuto del Cesaro, inoltre, su interessamento del professore Cremona, accorre un altro nostro grande concittadino, il professore Nicola Salvatore Dino. L'insigne dottore dell'Università di Roma inoltra al Consiglio Comunale torrese una sua lettera nella quale si legge: *"...sarebbe colpa imperdonabile abbandonarlo a se stesso. È una forza che non deve andar perduta. Se persevera, come spero, nella via lunga e faticosa degli studi severi e ben ordinati farà onore al nostro Paese!"*.

Le speranze riposte non furono deluse. Nel febbraio del 1883, il Consiglio Comunale, che nella sua maggioranza era formato da uomini del partito avverso a quello su cui tendeva la famiglia Cesaro, seppe elevarsi sopra ogni interesse di parte e deliberò un sussidio di 125 lire mensili per l'anno in corso.

Fu compito del Sindaco reggente, Vincenzo Gambardella, comunicare al Cesaro tale decisione che venne accolta con entusiasmo.

Sembrava che le cose volgessero al meglio; il Cesaro continuò il suo corso di studi, quando nel maggio dello stesso anno, un violento dissidio scoppiò tra lui e il professore Dechamps. Ciò scaturì dall'aver il giovane allievo corretto più volte l'insegnante durante alcune lezioni. La Facoltà Belga optò come sanzione nei confronti dello studente di rendere pubbliche le scuse da rivolgere all'insegnante. Il Cesaro, ammogliato con una bimba piccola, senza titolo di studio alcuno, con a rischio il proprio avvenire, preferì lasciare il Belgio e l'Università anziché subire



una tale umiliazione.

Negli anni precedenti, dall'81 all'83, si contano ancora ben 20 lavori molto apprezzati dal dotto Cerruti e da altri matematici europei tra cui quelli della stessa Accademia delle Scienze di Liegi.

Dopo l'allontanamento volontario dal Belgio, inizia il calvario del giovane studioso. Dapprima fa ritorno a Torre Annunziata dove lascia la moglie e la piccola figlia per recarsi a Roma dove si iscrive al 4° anno della Facoltà di matematica. Intanto da Liegi giungono dei rapporti in suo favore dove si addita il Cesaro come "prodigio di precoce operosità". In suo aiuto corre ancora il nostro concittadino Nicola Salvatore Dino che chiede un ulteriore sussidio al Comune di Torre Annunziata. Esprimendosi ancora una volta in maniera favorevole, assegna al giovane 1500 lire per l'anno 1884. La Facoltà di Roma, interpellati il Cremona, il Dino e il Battaglini, e valutando le opere svolte fino a quel momento, accoglie favorevolmente la domanda del Cesaro per l'accesso al 4° anno della Facoltà. Finalmente il Cesaro si iscrive regolarmente ad un ateneo italiano. Ancora in suo aiuto interviene questa volta il Cremona che invoca il Ministero della Pubblica Istruzione affinché seguisse finanziariamente gli studi del giovane fino alla laurea.

Il Ministro preposto, Dott. Francesco De Sanctis, invita il giovane nel suo ufficio e gli riferisce che quello che aveva fatto per lui non era mai stato fatto per nessuno giacché il danaro pubblico andava gelosamente custodito e coscienziosamente speso. In merito egli riponeva la fiducia dello Stato nel giovane chiedendone risultati di grandezza per sé e per il nome dell'Italia intera.

Ritornato agli studi universitari, ancora una volta il Cesaro non portò al termine l'anno accademico poiché, da quanto riferito dalle cronache del tempo, egli non si mostrò mai incline a quelle formalità di studio che con il nome di Laurea spesso apriva le vie degli impieghi ai meno preparati.

Il Cerruti in merito scrive che il Cesaro, ogni qual volta affrontava un esame, non era mai così sicuro di poterlo affrontare. Infatti egli si presentò solo all'esame di Analisi Superiore senza splendere nell'esito.

Teminato l'anno scolastico, si ritirò a Torre Annunziata in attesa della sua tesi di Laurea inerente al Calcolo Isobarico. A tal proposito il suo professore, Cerruti, riferì che la stesura di tale tesi, non lo assorbì in pieno poiché egli era sempre attratto dallo studio dei numeri di Eulero. Durante il periodo di elaborazione della tesi, vanno indicati altri lavori inerenti all'aritmetica asintotica e sulle Geometrie cinematiche. Naturalmente tutto ciò lo distolse dal conseguire il titolo di dottore. Nel 1885, il Cesaro vantava più di 80 lavori senza contare note e appunti vari dispersi tra le varie riviste scientifiche mondiali che accolsero le sue tesi. Intanto,



viene nominato socio della Société Royale des Sciences di Liegi.

Siamo nel 1886, si bandiscono i corsi di cattedra presso Messina, Palermo e Napoli e il Regio Liceo Terenzio Mamiani di Roma. Il giovane ventiseienne, spinto dai suoi maestri, si presenta agli esami di ammissione senza la Laurea richiesta ma ne prende parte presentando gli oltre 100 lavori editati fino all'epoca. I risultati, stando alle cronache, furono strabilianti: egli arrivò primo su tutti i concorsi tranne a Napoli dove si classificò secondo.

Il 1 Novembre 1886, da studente universitario passò a professore. Visto ciò, il Prof. Tonelli della facoltà di Scienze di Roma, propose di chiedere al Ministero l'autorizzazione a conferire la Laurea ad Honorem al giovane allievo.

Il 7 Febbraio 1887, il Ministero risponde alla Facoltà di Roma:

“...visto che per il valore scientifico delle sue pubblicazioni si acquistò in Italia ed all'estero meritata fama di essere uno fra i più fecondi ed originali geometri contemporanei..., visto che è già professore ordinario di una Università, ...dispensa il Cesaro, in via eccezionale, da non potere in caso alcuno essere invocato come precedente, dagli esami sia speciali che generali da lui non ancora subiti e autorizza V.S. a rilasciargli senz'altro il diploma di laurea in matematica pura.”

Fu incaricato l'insigne fisico professor Blaserna di inviare al Prof. Cesaro, ordinario di analisi algebrica dell'Università di Palermo, la tanta agognata laurea ad Honorem.

Torre Annunziata, appresa la notizia riguardante l'insigne cittadino, congratulandosi con il “neo professore”, gli inviò in dono quale segno di ringraziamento e approvazione, libri di matematica per un valore di 350 Lire, come citano le cronache dell'epoca, *“con rilegatura e dedica sul frontespizio”*.

Il Cesaro ringraziò commosso il gesto dell'Amministrazione e per quello che il popolo torrese aveva fatto per lui.

Il 1 novembre 1891 venne trasferito alla cattedra di Calcolo Infinitesimale di Napoli rimanendone in carica fino al 1906 quando su proposta di Augusto Righi, la Facoltà di Bologna, chiese al Ministero il trasferimento presso la Facoltà per ricoprire la cattedra di Meccanica Razionale tanto aspirata dal Cesaro.

Il Ministero stesso sottolineò la concordanza con la Facoltà di Bologna che il Cesaro era in grado di insegnare qualsiasi ramo della matematica, sia pura che applicata.

Finalmente il Cesaro aveva raggiunto le sue aspirazioni orientate verso lo studio della meccanica e della fisica matematica e si considerò finalmente preparato ad affrontare le grandi difficoltà di studio che egli aveva in mente.



Prima di trasferirsi nella nuova facoltà, il Cesaro decise di trascorrere un periodo di vacanza con la famiglia nella sua terra d'origine godendo delle famose caratteristiche terapeutiche e di benessere che all'epoca la città offriva.

Il pomeriggio del 12 settembre 1906, egli si recava con la moglie e gli otto figli, presso lo stabilimento balneare Nunziante. Le cronache narrano dell'epilogo della vicenda in modo dettagliato riportando che quella mattina il mare essendo molto agitato, i bagnini del lido riferirono al professore del pericolo a cui egli si esponeva. Ma il Cesaro decise ugualmente di recarsi al bagno solo con i quattro figli maggiori.

Mentre era ancora in cabina, di quelle costruite su palafitte con accesso al mare tramite una botola sottostante e una scaletta quasi sempre viscida, il Cesaro udì le grida di uno dei quattro figli che invocavano il padre che "Manlio non poteva più ritornare a riva".



Il lido di Torre Annunziata all'epoca della sciagura del Cesaro - Coll. Marasco

Qui ebbe inizio il tragico epilogo della vita del Cesaro. Egli pur non sapendo nuotare, si precipitò per la viscida scaletta in aiuto del figlio diciassettenne che veniva inghiottito dai flutti. Nella foga cadde battendo la testa contro uno dei pali delle palafitte, finendo esanime nelle agitate acque del lido. Le grida della moglie che osservò la scena non poterono fare altro che allertare i bagnini che si precipitarono in aiuto del professore senza però poter fare nulla. Cesaro spirò dopo alcuni minuti sulla spiaggia del lido di Torre, mentre il corpo del figlio Manlio

venne recuperato soltanto il giorno seguente nei pressi di Capo Oncino, avvolto tra le alghe.

Lo stesso pomeriggio, il Sindaco di Torre Annunziata, Avv. Pelagio Rossi, annunciava alla popolazione la tragica notizia della morte di Ernesto Cesaro avvenuta *“in uno slancio supremo d'amor paterno”*.

Le spese funerarie vennero sostenute dal Governo, l'intera città si inchinò al feretro del suo grande concittadino.

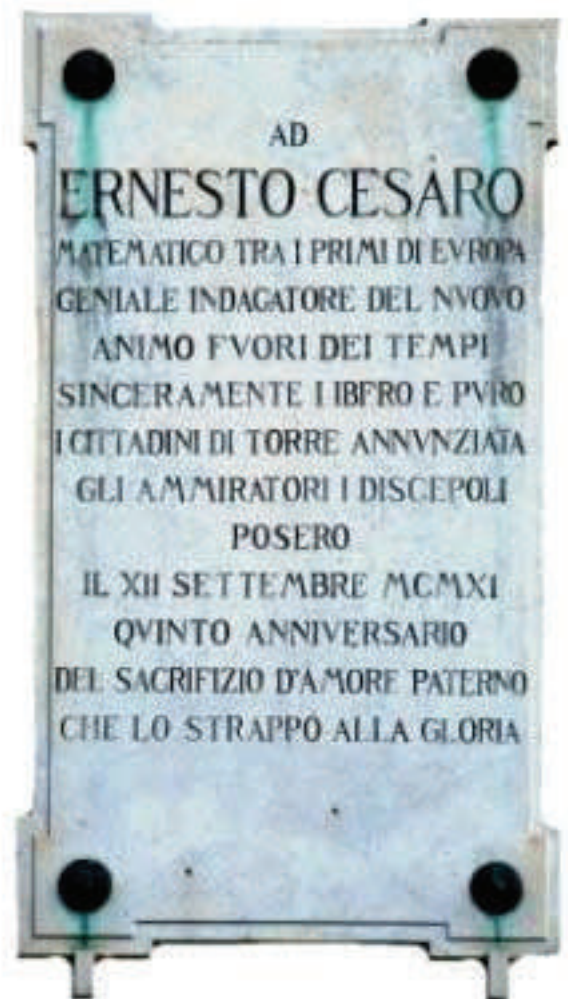
Nello stesso settembre del 1906, la Giunta Comunale di Torre Annunziata, volle cambiare il nome di Piazza Comizi in Piazza Ernesto Cesaro, che ancora oggi, come all'epoca onora la memoria dell'illustre cittadino torrese.

Non mancarono intanto problematiche nei confronti della vedova che, trovata sola e con sette figli a carico, non ebbe diritto alla pensione di Stato poiché all'insigne marito mancavano 56 giorni per compiere i 20 anni di servizio previsti per goderne il diritto.

In suo aiuto accorse un altro nostro stimato cittadino, l'Onorevole Guarracino che prese a cuore la faccenda e presentò al Parlamento una proposta di legge, come ultimo atto di doveroso ringraziamento nei confronti di un italiano che aveva portato alto il nome della Nazione.

La proposta venne approvata con 237 voti favorevoli e 21 contrari. La proposta infine, approdata al Senato pochi giorni dopo, venne approvata senza renitenze. Intanto Torre Annunziata non dimentica il suo concittadino. In occasione del quinto anniversario dalla sua scomparsa, il 12 Settembre 1911, si scoprì una lapide in Piazza Nicotera con epigrafe dettata dall'insigne professore Luigi Cucurullo. Con la ristrutturazione del palazzo gentilizio di proprietà del Banco di Roma, essa venne spostata nella piazza a lui dedicata dove ancora oggi è affissa.

Nel 1921, per iniziativa dell'avvocato Francesco Manfredi quale suo grande estimatore, venne scoperto nel cimitero di



Torre Annunziata, dal Sindaco reggente avvocato Luigi Alfano, un busto di pietra lavica. Artefici del monumento furono il Professore De Candia e l'architetto Autieri. Oggi, quel busto, posto di fronte ad un altro grande personaggio della Storia torrese, il grande Gino Alfani, e sorte volendo, allo stesso avvocato Manfredi, guarda con sguardo fiero e solenne il viandante del sacro viale.

Ancora nel 1927, lo stesso Manfredi consegnò la proposta del comitato pro-Cesaro di erigere un monumento su quella spiaggia dove il grande matematico trovò la morte con la dedica "al forte combattente della Scienza".

Di quel monumento non se ne ebbe traccia alcuna, ma il ricordo del Cesaro e la sua memoria, ancora oggi è ben segnata in quella del cittadino torrese che comunque accomuna tale grande personaggio, anche se in pochi ne conoscono le virtù, ad uno dei luoghi cittadini più importanti e meglio conosciuti.

Oggi, a Torre Annunziata, conservando bene il ricordo del suo illustre cittadino, oltre alla piazza a lui dedicata, rispecchia il suo nome con l'Istituto Ernesto Cesaro, istituito nel 1936 come Istituto Tecnico per poi diventare istituto di formazione per ragionieri. Ancora, a Torre Annunziata, con il nome del Cesaro, si volle istituire nel 1907 la Biblioteca cittadina quale luogo di accentramento della memoria e cultura locale.



L'OPERA

L'opera scientifica del Cesaro, da una ricerca attenta curata dal professore Del Pezzo, suo grande estimatore ed ex tutore di studi, risultò tanto ampia quanto ardua. Infatti, egli in un discorso tenuto alcuni anni dopo la morte del matematico, presso la Società Reale di Napoli, dedusse e affermò l'impegno profuso dal Cesaro e le sue capacità nell'inoltrarsi in disparate direzioni di studi che spaziavano dalla fisica al calcolo delle probabilità, dall'analisi alla meccanica sempre nel campo matematico dove ogni sua veduta si palesava come una nuova teoria da accertare o da prendere in considerazione.

L'opera del Cesaro analizzata da un rapporto dell'epoca, risulta comprendere: 259 pubblicazioni inserite in 22 raccolte diverse. Le opere erano redatte dall'autore in varie lingue a seconda del luogo in cui egli aveva compiuto gli studi, il francese, per il periodo trascorso tra Liegi e Parigi, quindi sono da considerare i primi anni di studio, l'italiano e alcune pubblicazioni in lingua spagnola.

Oltre a tali pubblicazioni vanno considerate ben 493 questioni proposte e/o risolte dal Cesaro distribuite in svariate riviste scientifiche di tutta Europa. Tra i nomi che si ricordano di coloro che si rivolsero all'autore, figurano gli elementi più importanti dello studio della matematica europea e mondiale.

Un'altra nota da prendere in considerazione è l'incompletezza della catalogazione delle pubblicazioni edite dal Cesaro o in procinto di essere editate o solo abbozzate in quanto l'autore non conservava note specifiche dei suoi lavori e tanto meno ne conosceva l'esatto numero.

Nella ricerca delle sue opere figurano quelle di carattere didattico di notevole importanza poiché raccolgono in un certo senso una parte dei suoi studi e del suo pensiero, come venne definito dal Del Pezzo, poeta della matematica. Il Perna, nel ricercare e nell'apprendere notizie sulla sua opera, riuscì a rimettere insieme quello che poi, in un elenco a parte riporteremo.

Il Cesaro, come attesta un suo discendente, Carlo Nunziante Cesaro, non ebbe alcun onore se non quelli scientifici. Eppure egli fu:

- membro della Società Reale delle Scienze di Liegi;
- membro dell'Accademia Pontiniana di Napoli;
- membro della Società Reale di Napoli;
- membro dell'Accademia di Scienze di Lisbona;
- membro della R. Accademia dei Lincei di Roma;
- membro della R. Accademia delle Scienze di Torino;
- membro della Accademia Reale del Belgio;



- membro della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL;
- socio della Società Americana di Matematica di New York;
- Medaglia d'oro della Società dei XL;
- Socio della sestupla nazione: Brioschi, Castelnuovo, Cesaro, Luciani, Kronecker, Pincherle.

La mancanza di qualche timbro su qualche scheda di votazione per l'ammissione del Cesaro nel R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, rese nulla la votazione. Con la morte del Cesaro, si proseguì ad una seconda votazione e all'ammissione in memoria nell'ordine.

CLASSIFICAZIONE DELLE OPERE

Come già abbiamo detto in precedenza, la classificazione delle opere scientifiche prodotte dal Cesaro risultò al quanto ardua per tutti coloro che si cimentarono nella loro ricerca.

Oltre al Professor Del Pezzo che ne curò una prima ricerca, anche lo stesso Professor Alasia né trovò le stesse difficoltà come egli stesso attesta in una prima biografia scritta redatta in favore del matematico un anno dopo la sua morte. Di seguito riporteremo le opere pervenuteci in ordine di produzione:

Anno 1878:

- Quelques propriétés de la courbe représentée par $u = \sin \omega / \omega$ (Nouv. corresp. math. Bruxelles);
- Théorème d'arithmétique.

Anno 1879:

- Extraits d'une lettre là propos de la question 447 (Ibid).

Anno 1880:

- Extraits d'une lettre là propos des questions 475-476 (Ibid);
- Sur l'existence de certains polyèdres;
- Sur la série harmonique;
- Une démonstration de la formule de Stirling;
- Extraits de lettres là propos des questions 359-561;



- Quelques formules;
- Théoreme de géométrie;
- Sur les formes approchées des solides d'égle résistance;
- Une question de maximum traitée par Poncelet.

Anno 1881:

- Sur la série harmonique;
- Démonstration élémentaire et généralisation de quelque théorèmes de M. Berger;
- Sur la série harmonique.

Anno 1882:

- Propriétés d'une courbe de poursuite;
- Formule d'arithmétique;
- Sur une nouvelle formule arithmétique;
- Une question de probabilités;
- Sur la tractrice.

Anno 1883:

- A letter to professor Sylvester;
- Sur diverses questions d'arithmétique;
- Démonstration élémentaire de la formule de Stirling;
- Sur l'existence de certains polyèdres;
- Propriété d'une courbe de poursuite;
- Théotème de géométrie;
- Principes du calcul symbolique;
- Note de géométrie;
- Remarques sur une question de probabilités;
- Sur le périmètre dell'ellipse;
- Sur une théorème de M. Stieltjes.

Anno 1884:

- Intorno a talune funzioni isobariche omogenee;
- Ellisse o iperbole? Questione di probabilità;
- Alcune elementari proprietà dei gruppi più volte transitivi;
- Remarques sur les fonctions holomorphes;

- Studio di trasversali;
- Propriété d'une fonction arithmétique;
- Théorème de cinématique;
- Quelques propriétés élémentaires des groupes plusieurs fois transitifs;
- Sur une communication de M. Tehebyehew sur les courbes de Clemon-Ferrand;
- Algorithme isobarique;
- Études de transversales;
- Probabilité de certains faits arithmétiques;
- Sur l'équation intrinsèque des courbes;
- Sur les fonctions holomorphes de genre quelconque.

Anno 1885:

- Étude moyenne du plus grand commun diviseur de deux nombres;
- Le plus grand diviseur carré;
- Éventualité de la division arithmétique;
- Sur le plus grand diviseur de plusieurs nombres;
- Sur la distribution des quantités commensurables;
- Sur le rôle arithmétique de $\sin(\pi x/2)$;
- Sur la fonction $\tau(z)$;
- Sur la fonction $z - [z]$;
- Sur l'inversion de certaines séries;
- Considérations nouvelles sur le déterminant de Smith et Mansion;
- Intorno a taluni determinanti aritmetici;
- Nuovo studio di determinanti aritmetici;
- Sulle inversioni delle identità aritmetiche;
- Gli algoritmi delle funzioni aritmetiche;
- Determinanti in aritmetica;
- Sur une équation aux différences mêlées;
- Dérivées des fonctions de fonctions;
- Motes sur le calcul isobarique;
- Remarques sur un article de M. d'Ocagne;
- Sur la série harmonique;
- Généralisation de la série de Lagrange;
- Sur un théorème de M. Laguerre;
- Généralisation de l'identité de M. Tehebyehew et de Polignac;
- Remarques sur le cercle osculateur à l'ellipse;
- Sur l'hélice osculatrice;



- Sur la somme des puissances semblables des un premiers nombres entiers;
- Sur une loi symbolique remarquable;
- Remarque de géométrie élémentaire;
- Sur la plus courte distance entre deux droites infiniment voisines;
- Sur un théorème de M. Mansion;
- Sur la série de Fibonacci;
- Sur une identité générale;
- Sur quelques conséquences asymptotiques de la série de Lambert.

Anno 1886:

- Fonction énumératrice;
- Sur un théorème de M. Lipschitz et sur la partie fractionnaire des nombres Bernoulli;
- Intorno a taluni gruppi di operazioni;
- Formes algébrique à liens arithmétique;
- Sur l'étude des événements arithmétiques;
- A proposito di un problema sulle eliche;
- Alcune misure negli iperspazi;
- La rotture del diamante;
- Intorno ad una pretesa dimostrazione di termodinamica;
- Le déterminant de Smith et de Mansion;
- Sur les lignes de poursuite;
- Sur l'emploi des coordonnées intrinsèque;
- Sur la distribution mutuelle des nombres polygones;
- Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler;
- Sur l'évaluation approchée de certaines séries;
- Transformation algébriques par le calcul des différences;
- Les lignes barycentriques;
- Sur une condition définissant des familles de courbes;
- Sources d'identités;
- Remarque sur une formule de Newton;
- Théorème d'algèbre;
- Conséquences arithmétiques d'une identité;
- Extrait d'une lettre à M. d'Ocagne;
- Remarques sur la théorie des séries.

Anno 1887:

- Medie ed assintotiche espressioni in aritmetica;
- Intorno ad una classe di funzioni aritmetiche;
- Sur quelques fractions continues;
- Sur une ditribution de zéros;
- Remarque sur la géométrie di triangle;
- Sur la droit de Simson;
- Remarques de géométrie infinitesimal;
- Exercicies de calcul symbolique;
- Sur les nombres parfaits impairs;
- Intorno ad una ricerca di limiti;
- Sull'uso dell'integrazione in alcune questioni di Aritmetica;
- Intorno ad una questione di probabilità;
- Sul moto di un punto sollecitato verso una retta;
- Sur l'analyse barycentriques des courbes;
- Remarques sur la théorie des séries.

Anno 1888:

- Sui concetti di limite e di continuità;
- Formule relative al moto i un punto;
- Sur la comèarasion des séries;
- Sur une distribution de signes;
- Moti rigidi e deformazioni termiche negli spazi curvi;
- Sur la convergence de sèries;
- Sur les lois asymptotiques des nombres;
- Sur les systèmes des nombres entiers;
- Sur les cercles inserits à un triangle;
- Questions de géométrie intrinsèque;
- Sur la courbure des coniques;
- Sur deux classes remarquables de lignes planes;
- Sur la potentielle triangulaire;
- Remarques sur la théorie des roulettes;
- Sur les transformations de la série de Lambert;
- Remarques sur divers articles concernant la théorie des séries;
- Calcul des sous-invariants;
- Développantes du point;



- Sur un théorème de M. Oltremare;
- Moment d'inertie du triangle et du tétraèdre;
- Remarques relatives aux objections faites par M. Jensen à la précédente communication;
- Sur deux récentes communications de M. Jensen;
- Sur une fonction arithmétique;
- Sur les fondements du calcul asymptotique;
- Sur un théorème de Rummer;
- Sur une récente communication de M. Lévy;
- Forme poliedriche regolari e semiregolari in tutti gli spazi;
- Tableau des dérivations cristallographiques dans le premier système.

Anno 1889:

- Sur une proposition asymptotique des nombres;
- Contribution à la théorie des limites;
- Sur la formule de Maxwell;
- Formule fondamentali per l'analisi intrinseca delle curve;
- Sur le pouvoir rotatoire magnétique;
- Sur les variations de volume nei corpi elastici;
- A proposito di un teorema di Tehebychew;
- Sur la transformation orthotangentielle;
- Remarque sur les surfaces gauches;
- Etude intrinsèque de quelques courbes planes.

Anno 1890:

- Sur les démonstrations du théorème de Standt et Clausen;
- Sulla curva rappresentativa dei fenomeni di diffrazione;
- Sur la multiplication des séries;
- Remarques sur l'osculation;
- Sur l'étude intrinsèque des surfaces réglées;
- Nouvelle remarque sur divers articles concernant la théorie des séries;
- Sur une question de limites;
- Sur le développement de la chaînette;
- Sur l'emploi des coordonnées barycentriques;
- Sur la courbe représentative des phénomènes de diffraction.



Anno 1891:

- Sui canoni del calcolo degli addensamenti e su alcune loro applicazioni;
- Sul calcolo della dilatazione e della ritazione nei mezzi elastici;
- Conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un polyèdre soit euperposable à son image etc...;
- Considerazioni sul concetto di probabilità;
- Etude intrinsèque des coniques et des cassinoides;
- Nouvelle remarques sur divers articles sur le séries;
- Sur la courbe représentative des surfaces réglées.

Anno 1892:

- Costruzioni baricentriche;
- Sulle curve di Bertrand;
- A proposito d'una generalizzazione della funzione di Gauss;
- Sur la question 519 (Mathesis);
- Sobre algunas notas de geometria infinitesimal.

Anno 1893:

- Théorème d'Analyse;
- Sulla determinazione assintotica delle serie di potenza;
- Critica delle riflessioni del prof. Nobile;
- La serie di Lambert in aritmetica assintotica;
- Su talune erronee riflessioni del prof. Nobile;
- A propos d'une question de géométrie infinitésimale;
- Sur quelques théorèmes de MM. Fouret et Jamet;
- Démonstration d'un théorème del M. Appel;
- Extrait d'une lettre;
- Le formule di Codazzi negli iperspazi;
- Sulla geometria intrinseca delle congruenze;
- Nuova contribuzione ai principi fondamentali della aritmetica assintotica;
- Sulla geometria intrinseca degli spazi curvi;
- I numeri di Grassmann in geometria intrinseca;
- Sulle equazioni dell'elasticità degli iperspazi;
- Des polyèdres qui peuvent occuper dans l'espace plusieurs position identique en apparence;



- Sur une note de géométrie infinitésimale;
- Extrait d'une lettre a M. Ronché;
- Sur une proposition fondamentale du calcul asymptotique;
- Sur l'évaluation approchée d'une série elliptique;
- Nouvelles propriétés caractéristiques des courbes de Bertrand;
- Corso di analisi algebrica;
- Introduzione alla teoria matematica dell'Elasticità;
- Sur une formule empirique de M. Pervonchine;
- Sulla questione 145 (Periodico di Mat.).

Anno 1895:

- La deformazione infinitesimale degli iperspazi;
- Sulla trattazione intrinseca delle questioni baricentriche;
- Sur divers points d'analyse.

Anno 1896:

- Sulla distribuzione dei numeri primi;
- Lezioni di geometria intrinseca;
- Des polyèdres superposables à leur image.

Anno 1897:

- Sur la représentation analytique des régions et des courbes qui les remapissent;
- Remarque utiles dans les calculs des limites.

Anno 1898:

- Sur une démonstration de Fresnel;
- Sur quelques propriétés des polyèdres non centrés superposables à leurs image;
- Des polyèdres superposables à leur image;
- Sur l'emploi du calcul des probabilités en pétrographie.

Anno 1899:

- Les problèmes de Géométrie résolus par le compas sans la règle;
- Elementi di Calcolo infinitesimale.

Anno 1900:

- Sur l'astroïde et les astroidales;
- Giuseppe Bertrand (traduzione);
- Sur une classe de courbes planes remarquables;
- Remarques sur certaines questions de géométrie intrinsèque.

Anno 1901:

- Sopra un'equazione funzionale trattata da Beltrami;
- Sulle superfici isoterme;
- Formule per l'analisi intrinseca delle superfici e delle loro deformazioni infinitesimali;
- Sopra un modo di utilizzare nella teoria intrinseca delle superfici le condizioni d'immobilità dei punti;
- Sulle deformazioni infinitesimali delle superfici;
- Sulle radici dell'hessiano di una cubica in relazione con quelle della cubica stessa;
- Relazione fra le radici dell'equazione cubica e della sua derivata;
- Sull'uso delle condizioni d'immobilità in geometria intrinseca;
- Vorlesungen über natürliche Geometrie;
- Per l'esercizio della libera docenza universitaria.

Anno 1902:

- Sur un problème de propagation de la chaleur;
- Intorno ad una limitazione di costanti nella teoria analitica del calore;
- Sur le théorème de Boklen.

Anno 1903:

- Analisi sintetica delle eliche policoniche;
- Per l'analisi intrinseca delle superfici rotonde;
- Sulla rappresentazione intrinseca delle superfici;
- Sopra la questione proposta nel fasc. Maggio (Acc. Sc. Fis. Mat.).

Anno 1904:

- Sui fondamenti della geometria intrinseca non-euclidea;
- Geometria intrinseca negli spazi di curvatura costante;
- Nuova teoria intrinseca degli spazi curvi;
- Sur une formule de M. Wastels;
- Elementares Lehrbuch der algebraischen Analysis und der infinites rechnung;

Anno 1905:

- Sulle immagini delle geodetiche nella rappresentazione piana delle superfici;
- Per l'analisi intrinseca delle figure tracciate sopra una superficie;
- Sopra alcune proprietà delle traiettorie in un dato campo di forze;
- Remarques sur la courbe de Van Rock;
- Fondamento intrinseco della pangeometria;
- Elementi di calcolo infinitesimale (II edizione).

Anno 1906:

- Sul problema dei suoli elastici;
- Sulle formule del Volterra fondamentali nella teoria delle distorsioni elastiche;
- Fonctions continue sans dérivées.

Tutti i lavori sopra proposti vennero raccolti in singole collezioni. Esse sono:

- Annales de la Société scientifique de Bruxelles;
- Annales scientifiques de l'Ecole normale supérieure - Paris;
- Annali di matematica pura ed applicata - Milano;
- Archiv. der Math. und Physik - Leipzig;
- Atti della R. Accad. delle Scienze fis. e mat. - Napoli;
- Bulletin de l'Académie royale de Belgique - Bruxelles;
- Bulletin des sciences mathématiques - Paris;
- Complet-rendus de l'Ac. des Sciences - Paris;
- El progreso matematico - Zaragoza;
- Giornale di Matematiche - Napoli;
- Intermédiaire des Mathématiciens - Paris;
- John's Hopkins University Circulars - Baltimora;
- Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas - Coimbra;



- Le matem. pure ed applicate - Città di Castello;
- Mathesis - Gand;
- Memorie della R. Acc. dei Lincei - Roma;
- Memories de l'Ac. royale de Belgique - Bruxelles;
- Memories de la Soc. royale des Sciences de Liege;
- Memorias Acc. real das Sciencias del Lisboa;
- Nouvelles Annale de mathématiques - Paris

Agli elenchi sopra riportati, come già detto in precedenza vanno aggiunte ben 493 questioni disperse in diverse riviste di carattere scientifiche come di seguito riportato:

- Nouv Corr. mathématique;
- Le matematiche pure e applicate;
- Mathesis;
- Nouvell Annal. de Mathématique;
- Giornale di matematica;
- Periodico di Matematica;
- L'int. des mathématiciens.

Ancora, il Cesaro, in relazione ai suoi studi pubblicò varie opere di carattere didattico:

- **Introduzione alla teoria matematica della elasticità**, 1893, dove si espone il corso di matematiche superiori tenuto nell'Università di Napoli nel 1892;
- **Analisi Algebrica**, 1894, dedicato all'Illustre Professore Carlo Hermite, membro dell'Istituto di Francia. L'opera venne composta durante il periodo di insegnamento a Palermo;
- **Elementi di calcolo infinitesimale**. L'opera ebbe due edizioni. La prima nel 1897 dedicata a miraglia, la seconda edita nel 1905 dedicata a Beltrami. Questa divenne l'opera più nota del Cesaro tra coloro che studiarono presso l'Università di Napoli.
- **Lehrbuch der algebraischen analysis und der infinitesimal rechnung**, 1905, dedicata alla memoria del Beltrami. Questa opera, che venne redatta esclusivamente per la Germania, fuse le ultime due opere in una unica. La grande



Germania elogiò senza mezzi termini il lavoro del Cesaro.

- **Geometria intrinseca**, 1905. L'opera, come già abbiamo detto venne considerata dal Perna "il monumento imperituro di Lui". Di quest'opera anche la Germania ebbe la propria versione, e a quanto sembra migliore di quella italiana in quanto l'autore, nel tradurre i testi vi apportò aggiunte e variazioni di rilievo. Il lavoro venne dedicato ai grandi della matematica Neuberg e Mansion.

Dalle cronache del tempo si apprende che dopo la sua morte, nessuno portò avanti un progetto di ristampa delle sue molteplici opere. Questo fu causa della quasi totale dimenticanza, dopo circa 50 anni dalla sua comparsa, del suo nome tra i grandi della scienza.

BIBLIOGRAFIA:

Archivio privato Prof. Salvatore Russo, Torre Annunziata;
La vita e l'opera scientifica del Prof. Ernesto Cesaro, Prof. C. Alasia, Pavia 1907;
Ernesto Cesaro, Carlo Nunziante Cesaro, Estratto da "Il Semaforo", Torre Ann.ta,
Maggio 1950.

VINCENZO MARASCO

per

www.vesuvioweb.com

Magazine libero di cultura e ricerca del
territorio vesuviano

info@vesuvioweb.com

oplontis76@hotmail.it

Norme di consultazione.

La Direzione del sito ricorda che tutti i lavori contenuti nel sito appartengono all'autore che gentilmente e a titolo gratuito, concede per la lettura in rete. L'utilizzo del testo e delle immagini da parte di terzi deve essere autorizzato dall'autore stesso e dalla Direzione. Qualsiasi violazione di questa elementare nota di chiarimento può indurre la parte lesa (Autore e/o Sito) ad adire per vie legali, al fine di rivendicare la paternità dell'idea, del testo e delle immagini